

Réflexions sur la modélisation de la propagation de polluants dans les hydrosystèmes souterrains

About pollutants transport modelling in groundwater

P. ACKERER¹, P. MAGNICO et R. MOSE

Reçu le 7 juin 1993, accepté le 8 octobre 1993*.

SUMMARY

Groundwater quality modelling has become a tool for water management. The accuracy of the simulations closely depends on the available knowledge concerning the transport processes and the parameters used in the model. The accuracy of the results depends on the choice of a suitable model adapted to the observation scale, the measurement of the effective parameters linked to the discretization of the field and the spatialization of the local measurements.

The mathematical model used to describe mass transport in porous media is the dispersion-convection equation. The velocity is calculated by solving the flow equation. For heterogeneous media, numerical schemes which simultaneously solve heads and velocities have to be preferred to classical finite element or finite differences techniques. The dispersion coefficient represents the velocity fluctuations around the average velocity. Therefore, it strongly depends on the dimension and the scale of the discretization.

A predictive simulation of the Twin Lake Tracer Test experiment has been done. After a very fine calibration of the flow (differences between measured and calculated heads less than 1 cm), the transport simulation did not succeed. The head gradients were not calculated with enough accuracy and the simulated plume travelled in a wrong direction.

Due to the nature of groundwater (invisible, expensive measurements), knowledge of the structure of the aquifer will always be too incomplete to perform very detailed simulations. Stochastic computations may be the way to take into account uncertainties in groundwater modelling.

Key-words : groundwater, pollution, simulation.

1. Institut de Mécanique des Fluides, Université Louis Pasteur, URA CNRS 854, 2, rue Boussingault, 67000 Strasbourg.

* Les commentaires seront reçus jusqu'au 15 janvier 1995.

RÉSUMÉ

Les modèles de simulation de propagation de polluants dans les eaux souterraines sont de plus en plus utilisés comme outils de gestion de cette ressource. La qualité des simulations dépend étroitement des connaissances que l'on a des processus et des paramètres de transport nécessaires à la mise en application des modèles. La fiabilité des résultats repose sur :

- le choix du bon modèle en fonction de l'échelle d'observation ;
- la mesure des paramètres représentatifs du transport liée à l'échelle de discrétisation du site ;
- la spatialisation de mesures locales.

Compte tenu des spécificités des hydrosystèmes souterrains (invisibilité, accès coûteux), la connaissance du milieu restera trop fragmentaire pour réaliser des simulations fines. Seules les approches stochastiques permettent alors d'intégrer ces incertitudes dans les simulations.

Mots clés : eaux souterraines, pollution, modélisation.

L'ambition des modèles est, d'une part, de reproduire les observations obtenues dans des conditions précises et, d'autre part, d'effectuer des prévisions dans des conditions autres que celles qui ont permis les observations. Ces ambitions doivent être tempérées compte tenu des difficultés rencontrées dans la mise en application de ces modèles en situation réelle.

L'élaboration d'un modèle, considéré comme une description d'une réalité amputée de propriétés jugées non pertinentes pour les questions posées, repose sur la démarche suivante :

- la production d'hypothèses et la construction de la représentation compatible avec l'échelle d'observation et les moyens mis en œuvre ;
- l'assimilation du problème à une classe de problèmes connus liés à l'échelle « connaissance-formation » du concepteur du modèle ;
- la réduction des hypothèses retenues par hiérarchisation des mécanismes.

De cette construction résultent les premières difficultés rencontrées lors de la mise en application. La fiabilité des outils de simulation, qui représentent une synthèse des connaissances acquises à une échelle donnée, reposent sur une problématique bien précise. De ce fait, certaines propriétés jugées non pertinentes à une échelle d'espace et de temps donnée peuvent être prépondérantes à une autre échelle.

L'autre type de difficultés rencontrées lors de la mise en application des modèles est la connaissance des paramètres nécessaires à leur mise en œuvre. Cette difficulté est accrue pour les hydrosystèmes souterrains qui sont invisibles, d'accès coûteux et dont la variabilité spatiale des propriétés de transfert est très grande.

Ces principales difficultés liées à la conception du modèle mathématique, à la résolution des équations, à l'acquisition de données et à leur extension dans l'espace sont abordées pour les milieux alluviaux. La modélisation du transport de contaminants en milieux fissurés ou karstiques se heurtent encore à de nombreuses difficultés d'ordre conceptuel et d'ordre descriptif de ces milieux et n'est que très peu utilisée.

LA MODÉLISATION MATHÉMATIQUE DES ÉCOULEMENTS ET DES TRANSFERTS

Le mouvement tridimensionnel d'un fluide homogène incompressible dans un milieu poreux indéformable est décrit par l'équation

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = \nabla \cdot (K \cdot \nabla h) + f$$

où S est le coefficient d'emmagasinement spécifique du milieu, h la hauteur piézométrique, K le tenseur de perméabilité et f représente le terme puits/source. Cette équation résulte de la superposition du principe de conservation de l'énergie et de la loi de Darcy. Il est admis que la loi de Darcy est vérifiée dans la plupart des milieux alluviaux naturels. La conceptualisation des termes puits/sources mérite réflexion lorsqu'il s'agit des échanges avec le réseau hydrographique. Classiquement ces échanges sont simulés par les équations suivantes :

$$Q = \lambda (h_r - h) \quad \text{lorsque } h > h_f$$

$$Q = \lambda (h_r - h_f) \quad \text{lorsque } h < h_f$$

où Q est le débit échangé, λ une constante de proportionnalité, h_r le niveau de la surface libre dans la rivière, h_f la cote du lit de la rivière et h le niveau piézométrique de la nappe.

Le coefficient λ dépend de la perméabilité des sédiments, de leur épaisseur et de la surface d'échange nappe rivière. Il n'existe pas de formule permettant le calcul de ce coefficient d'échange et sa mesure directe n'est pas possible. Seul le calcul d'un bilan en eau amont-aval sur un tronçon de rivière permet une estimation de ce coefficient d'échange. La définition de la cote du lit de la rivière et de la surface d'échange est difficilement applicable dans le cas d'un cours d'eau naturel aux profils en travers complexes. Bien que peu justifiée d'un point de vue physique, cette modélisation des échanges donne des résultats satisfaisants. Néanmoins, les paramètres nécessaires à sa mise en œuvre sont obtenus par calage du modèle.

Le transport de contaminants, lorsqu'il est considéré comme un marqueur de l'eau, est modélisé par une équation de convection-dispersion du type :

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \nabla \cdot (D \cdot \nabla c) - \nabla \cdot (\bar{u}c)$$

où c représente la concentration, u la vitesse moyenne réelle de l'eau dans les pores et D le tenseur de dispersion. Ce tenseur de dispersion décrit la variation de la vitesse réelle autour de la vitesse moyenne u . Ce modèle est pertinent si l'on suppose que les fluctuations de vitesses sont distribuées selon une loi normale, ce qui semble être le cas dans un milieu homogène à granulométrie uniforme. Dans les milieux naturels, cette hypothèse n'est pas vérifiée si l'on considère que les fluctuations de vitesses sont dues à la présence d'hétérogénéités du milieu, hétérogénéités dont les conductivités hydrauliques ont plutôt une distribution log-normale (FREEZE, 1975).

Le coefficient de dispersion est généralement déterminé à l'aide de la relation :

$$D = \alpha u$$

avec α le coefficient de dispersivité et u la vitesse moyenne réelle de l'eau dans les pores.

Dans le cas d'un milieu homogène, la dispersivité est une constante caractéristique du milieu. En milieu naturel, ce coefficient représente les fluctuations des vitesses d'écoulement autour d'une vitesse moyenne. Ces fluctuations sont d'autant plus importantes que le milieu est hétérogène et dépendent étroitement de l'échelle à laquelle on simule le transport d'un polluant (fig. 1). Si le domaine modélisé est bidimensionnel horizontal, la dispersivité intègre toutes les variations de la vitesse sur la verticale. Seules les fluctuations échantillonnées par le nuage de polluant lors de son déplacement dans le milieu sont à prendre en compte, ce qui pose le délicat problème de la détermination de cette dispersivité a priori lors de simulations prévisionnelles. De plus, lorsque l'extension du polluant est réduite par rapport à la taille de l'aquifère, les vitesses échantillonnées par le polluant ne sont pas suffisamment nombreuses pour obtenir un échantillon des vitesses de circulation de l'eau dans l'aquifère statistiquement représentatif. La dispersivité est alors fonction de la distance parcourue (MATHERON et DE MARSILY, 1981 ; DAGAN, 1984 ; GELHAR et AXNESS, 1983). Lorsque le domaine est discrétisé en plusieurs couches horizontales, la dispersivité représente les fluctuations des vitesses au niveau de chaque couche atteinte par le polluant.

Les variations du champ d'écoulement au cours du temps génèrent également des fluctuations des vitesses. De ce fait, la dispersivité déterminée à partir d'une simulation d'un écoulement moyen en régime permanent intègre ces variations temporelles et sera plus élevée que celle déterminée à partir d'une simulation de l'écoulement en régime transitoire (ACKERER et KINZELBACH, 1985).

D'un point de vue chimiodynamique des polluants, la modélisation mathématique a fait des avancées importantes ces dernières années aussi bien au niveau de la conceptualisation des phénomènes que du couplage avec les équations de transport. Cependant, cette modélisation n'est appliquée que dans quelques rares cas compte tenu de la lourdeur des modèles et de la quantité importante d'informations nécessaires à la mise en œuvre de ces outils. Dans la plupart des modèles, l'adsorption de polluants est simulée par des isothermes et notamment l'isotherme linéaire qui suppose la proportionnalité entre la concentration en solution et celle fixée sur le solide.

Cette approche très simplifiée des échanges solide-liquide ne peut se justifier que lorsque la composition ionique de la solution est constante (pas de modification de la distribution des différents complexes présents dans la solution) et que les sites de fixation sur le solide sont en nombre suffisant pour qu'il n'y ait pas compétition et de même nature (milieu homogène).

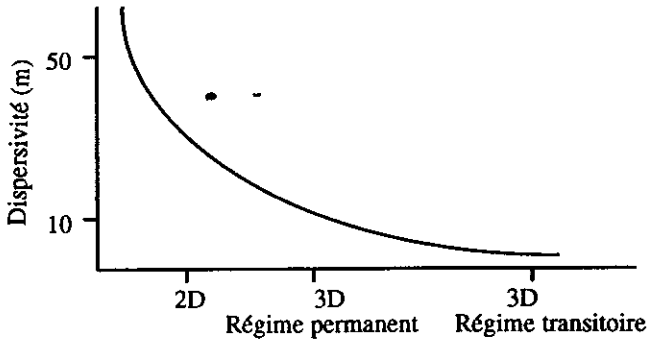


Figure 1 Importance de la dispersivité en fonction du type de modélisation.
Dispersivity variation according to the dimension of the model.

RÉSOLUTION NUMÉRIQUE DES ÉQUATIONS SIMULANT L'HYDRODYNAMIQUE ET LA PROPAGATION DE POLLUANTS

Les méthodes numériques usuelles employées pour résoudre l'équation décrivant l'hydrodynamique dans les milieux alluviaux sont les différences finies et les éléments finis. Ces méthodes classiques permettent le calcul soit d'une charge piézométrique moyenne par maille pour les différences finies, soit d'une charge piézométrique aux nœuds du maillage pour les éléments finis. Les vitesses d'écoulement sont ensuite déterminées à l'aide de la loi de Darcy. Ces deux méthodes donnent des résultats tout à fait comparables. Cependant, dériver des hauteurs piézométriques approchées par une méthode numérique pour calculer des vitesses peut conduire à des résultats inacceptables dans des conditions de milieu hétérogène ou en présence de singularités comme des puits de pompage. La méthode des éléments finis mixtes hybrides (CHAVENT et JAFFRÉ, 1987 ; MOSÉ, 1990) permet le calcul simultané des hauteurs piézométriques et des vitesses d'écoulement. Il a été montré que le champ de vitesses calculé par cette méthode est beaucoup plus précis que celui obtenu par les différences finies (ACKERER *et al.*, 1990) ou les éléments finis (SIEGEL, 1992). La figure 2 illustre une étude comparative menée sur un milieu hétérogène (*fig. 2a*). Les lignes de courant sont obtenues soit par calcul direct (*fig. 2b*) soit à partir des vitesses calculées à l'aide des éléments finis mixtes hybrides (*fig. 2c*) ou par les éléments finis conformes (*fig. 2d et e*). Les résultats obtenus par les éléments finis mixtes hybrides et la

résolution de la fonction « ligne de courant » sont très proches. Pour ces deux méthodes, l'utilisation d'un maillage plus fin n'apporte aucune modification de la distribution des lignes de courant bien que localement, le passage d'une perméabilité à une autre soit réalisé au niveau d'un nœud. Pour les éléments finis conformes, la détermination des lignes de courants est obtenu à l'aide de la méthode proposée par CORDES et KINZELBACH (1992). Cette méthode améliore nettement le calcul des lignes de courant pour les éléments finis conformes. Les résultats convergent lentement vers ceux obtenus par les deux méthodes précédentes lorsque la discrétisation devient de plus en plus fine. Un autre exemple de comparaison est présenté dans SIEGEL *et al.* (1993).

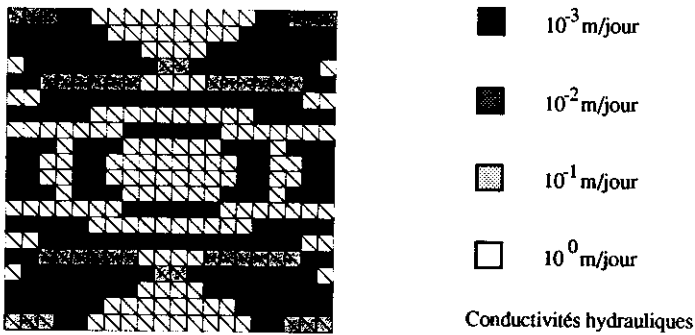


Figure 2a Répartition des conductivités hydrauliques.
Hydraulic conductivity distribution.

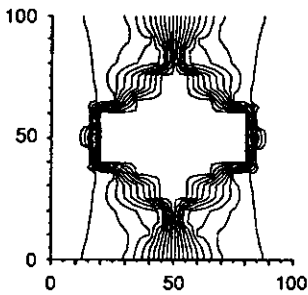


Figure 2b Lignes de courant obtenues par calcul direct sur un maillage de 40x40.
Pathlines calculated by the stream function with a mesh of 40x40.

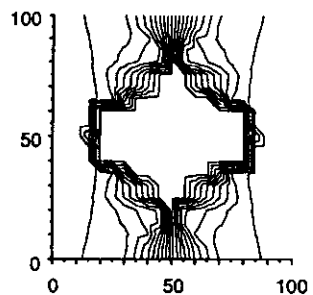


Figure 2c Lignes de courant obtenues à l'aide des éléments finis mixtes hybrides sur un maillage de 20x20.
Pathlines calculated by the mixed hybrid finite element model with a mesh of 20x20.

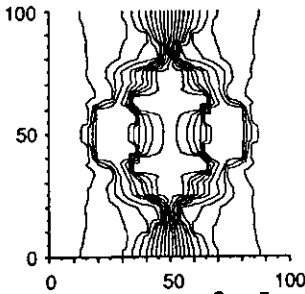


Figure 2d Lignes de courant obtenues à l'aide des éléments finis conformes sur un maillage de 20x20.

Pathlines calculated by the standard finite element model with a mesh of 20x20.

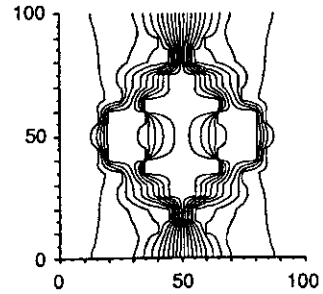


Figure 2e Lignes de courant obtenues à l'aide des éléments finis mixtes conformes sur un maillage de 80x80.

Pathlines calculated by the standard finite element model with a mesh of 80x80.

La résolution de l'équation de dispersion-convection par différences finies ou éléments finis se heurte à la diffusion numérique qui se traduit par un étalement artificiel du nuage de polluants lorsque la discrétisation du domaine modélisé est trop grossière. Un critère de discrétisation couramment admis est que la taille de la maille doit être plus petite que le double de la valeur de la dispersivité. Ce critère est peu sévère notamment en ce qui concerne l'extension transversale à l'écoulement du polluant où la discrétisation doit être encore plus fine. Compte tenu des valeurs de dispersivité rencontrées lors de la simulation tridimensionnelle (quelques dizaines de centimètres), le nombre de mailles ou de nœuds dans le domaine simulé devient très élevé et le calcul nécessite des moyens informatiques extrêmement lourds. L'approche particulière du type marche au hasard constitue une alternative intéressante lorsque les méthodes classiques ne sont plus applicables (ACKERER et KINZELBACH, 1985). Cette approche permet de décrire l'évolution de tout système soumis à une force macroscopique déterministe à laquelle s'ajoutent des fluctuations microscopiques aléatoires. Cette démarche est très proche de celle évoquée pour la modélisation du transport de masse dans les milieux poreux. La méthode consiste à introduire des particules dans le domaine, particules qui effectuent un déplacement déterministe (la convection) auquel s'ajoute un déplacement aléatoire (la dispersion). Cette technique n'est pas sujette à la diffusion numérique mais génère des fluctuations de concentrations dues au déplacement aléatoire des particules, fluctuations qui peuvent être atténuées en augmentant le nombre de particules. Une étude comparative des différentes techniques de résolution de l'équation de dispersion-convection est présentée dans KINZELBACH (1988). Les éléments finis semblent être les plus appropriés car ils permettent une discrétisation de l'espace très souple et bien adaptée au transport de polluants. Pour le transport à grande échelle, la marche au hasard est recommandée.

MESURE ET INTERPOLATION DES DONNÉES NÉCESSAIRES À LA SIMULATION DU TRANSPORT DE POLLUANTS

La modélisation du transport de polluants dans les hydrosystèmes repose sur une discrétisation spatiale du domaine modélisé. Cette modélisation suppose la connaissance des paramètres de transport (hydrodynamique et hydrochimique) pour chacune des mailles ou éléments du domaine, des conditions aux limites et des conditions initiales. Compte tenu de la très grande variabilité spatiale des propriétés de transport du milieu naturel et du peu de mesures disponibles en général, il est alors nécessaire de déterminer les paramètres autrement que par la mesure directe. Cette détermination peut se faire soit par ajustement des simulations sur les variables mesurées (piézométrie, concentrations) lors de l'étalonnage du modèle, soit par interpolation fondée sur les informations disponibles.

L'étalonnage du modèle fait appel aux techniques d'identification des paramètres qui reposent dans la plupart des cas sur la minimisation d'une fonction critère définie de la manière suivante :

$$F = \sum_{i=1}^n P_i (V_{m_i}(x, t) - V_{c_i}(x, t))^2$$

où n est le nombre de point de mesure, V_m sont les variables mesurées, V_c les variables calculées et P une pondération permettant de tenir compte de la précision de la mesure ou des différences d'unités entre les variables. Une formulation plus précise de la fonction peut prendre en compte les paramètres mesurés, les corrélations entre variables et entre paramètres (KOOL *et al.*, 1987). Ces techniques d'identification fournissent aussi des informations importantes sur la qualité du jeu de paramètres ainsi défini, notamment un intervalle de confiance sur les paramètres calés, et sur les corrélations entre paramètres. Ces techniques d'identification se heurtent aux problèmes d'unicité de la solution lorsqu'il existe des minima locaux de la fonction critère, et à des problèmes de stabilité de la solution recherchée lorsque le modèle est très sensible à des variations infimes d'un paramètre.

Les techniques d'interpolation ont pour objectif la spatialisation de mesures locales. L'échelle de mesure de ces valeurs locales doit être compatible avec l'échelle de discrétisation du domaine (la taille de la maille ou de l'élément). Par exemple, une mesure de conductivité hydraulique au laboratoire sur un échantillon de sol ne peut être une mesure représentative de la conductivité à l'échelle d'une maille ou d'un élément.

Pour combler l'absence de données entre les points de mesure, il est nécessaire de faire des hypothèses quant à leur diversité et la manière dont elles se répartissent dans l'espace. Les méthodes les plus classiques d'interpolation consistent à calculer un paramètre en un point à l'aide d'une somme pondérée de l'ensemble des paramètres mesurés sans pour autant tenir compte d'une éventuelle structure du milieu naturel ou intercorrélations des paramètres.

La géostatistique constitue une approche plus satisfaisante en considérant les mesures locales comme un échantillonnage d'un processus aléatoire responsable de la structure du milieu. Cette structure peut être analysée à partir des mesures et présentée de manière synthétique par un variogramme (JOURNEL et HUIJBREGTS, 1978). La technique du krigeage repose sur ces considérations géostatistiques et permet d'interpoler les données mesurées de façon optimale pour représenter :

- des estimations des paramètres par pondération des données disponibles, pondération liée à l'éventuelle structure du milieu mise en évidence à partir des mesures ;
- les variances d'estimation et donc la fiabilité des paramètres interpolés.

Cette technique nécessite un nombre de mesure important pour construire un variogramme satisfaisant. De plus, lorsque la loi de distribution d'un paramètre n'est pas symétrique, un biais peut apparaître dans les estimations.

UN EXEMPLE DE SIMULATION PRÉVISIONNELLE : LES EXPÉRIENCES DE TRAÇAGE DE TWIN LAKE

Le site de Twin Lake au Canada est l'un des sites expérimentaux les mieux équipés au monde. En 1982, une première expérience de traçage a été menée sur une distance de 40 mètres (KILLEY et MOLTYANER, 1988). Plus de 400 000 valeurs de concentrations ont été mesurées sur le site et une description détaillée de la distribution des conductivités hydrauliques a été réalisée. Après étalonnage de notre modèle fondé sur les éléments finis mixtes hybrides et la marche au hasard, les concentrations mesurées ont pu être simulées de manière très satisfaisante (ACKERER *et al.*, 1990). L'outil ainsi validé a été utilisé pour faire une simulation de l'expérience menée en 1987. Cette expérience a été réalisée sur le même site, l'injection étant réalisée au même endroit. Le traceur a été suivi sur une distance de 120 mètres et la piézométrie de la nappe mesurée en plus de 400 points répartis dans les 3 dimensions. Seules les conditions aux limites ont été calées afin de restituer une piézométrie extrêmement précise, la différence maximale observée entre la piézométrie mesurée et simulée étant de l'ordre de 1 cm. Bien que le champ d'écoulement ait été simulé de manière très fine, le nuage de traceur dévie de la direction réelle (*fig. 3*). L'explication la plus probable est la mauvaise restitution des gradients. L'écart entre la direction de l'écoulement calculée et mesurée ne devient significatif qu'après une certaine distance (plus de 40 mètres dans ce cas).

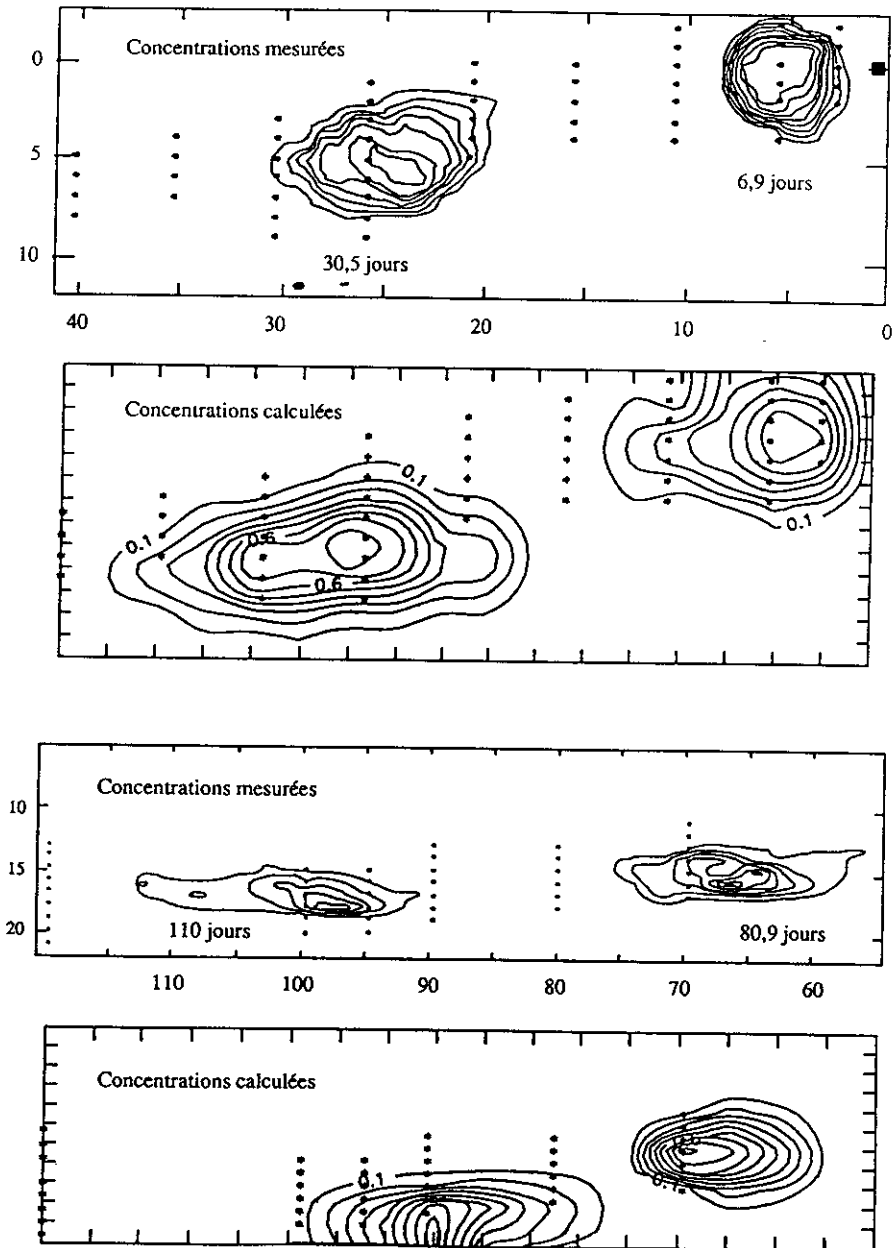


Figure 3 Distribution des concentrations simulées et mesurées.
 (Les concentrations sont des valeurs moyennes sur la profondeur. La direction moyenne de l'écoulement est de la droite vers la gauche).
*Measured and calculated concentration distribution.
 (The concentrations are depth averaged. The mean flow direction is from the right to the left).*

CONCLUSIONS

Les difficultés rencontrées lors de la simulation de la propagation de polluants dans les hydrosystèmes souterrains sont de deux types :

- la fiabilité des outils de simulation qui représentent une synthèse des connaissances acquises à une échelle donnée ;
- l'hétérogénéité du milieu et sa description pour la mise en application de ces modèles.

Les simulations des expériences de traçage de Twin Lake illustrent bien la difficulté rencontrée lors de l'utilisation de modèles déterministes dans un but de prévision. Les conditions naturelles de ce site sont très simples (milieu homogène constitué de sables) comparées à celles rencontrées dans d'autres milieux. Le nombre de mesures est impressionnant compte tenu de la taille du site. En réalité, les possibilités de simulations prévisionnelles fiables par une approche déterministe sont presque inexistantes en milieu naturel (milieu hétérogène, conditions aux limites peu connues, hauteurs piézométriques mesurées en peu de points). L'approche stochastique, qui reconnaît le manque d'information par une description statistique des paramètres et des conditions aux limites, tient compte des incertitudes et mène à une meilleure prévision du transport de polluants dans les eaux souterraines. Afin de limiter ces incertitudes, plusieurs axes de recherche complémentaires se présentent :

- comment utiliser des mesures réalisées à des échelles différentes ? Quelle est la compatibilité entre les paramètres nécessaires aux modèles de transport liés à la discrétisation du site et les paramètres mesurés à une autre échelle ?

- la description du milieu : les techniques d'identification de paramètres couplées à la géostatistique semblent une voie d'avenir, la géophysique, la sédimentologie ;

- la définition d'un volume optimal d'information lié à la structure du milieu et aux objectifs à atteindre à l'aide du modèle.

L'ambition de ce type de modélisation est de gérer au mieux les incertitudes liées à une réalité trop complexe pour être abordée de manière déterministe. Nous devons reconnaître que la connaissance des milieux souterrains alluviaux ne peut qu'être fragmentaire et proposer des démarches stochastiques aboutissant non plus à une seule modélisation du transport de polluants mais à un ensemble de modélisations probables. Ce constat demande au gestionnaire de cette ressource de prendre des décisions non plus sur un événement (une valeur de concentration dans un puits) mais sur la probabilité qu'un événement se réalise (la probabilité de dépasser la norme de potabilité par exemple).

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ACKERER Ph., KINZELBACH W., 1985. Modélisation du transport de contaminants par la méthode de marche au hasard : influence des variations du champ d'écoulement au cours du temps sur la dispersion. Proc. Int. Symp. « The Stochastic Approach to Subsurface Flow », Montvillargennes (F), 4-6/1985, Ed. Greco 35 Hydrogéologie-CNRS, pp. 475-486.
- ACKERER Ph., MOSÉ R., SEMRA K., 1990. A natural tracer test simulation by stochastic particle tracking method. Int. Symp. « Transport and Mass Exchange Processes in Sand and Gravel Aquifer : Field and Modelling Studies », AECL-1080 Pub., Ed. G. Moltyaner, Ottawa (CDN), 1-4/10/1990, pp. 595-604.
- CHAVENT G., JAFFRÉ J., 1987. Mathematical models and numerical methods for oil reservoir simulation. North Holland.
- CORDES C., KINZELBACH W., 1992. Continuous groundwater velocity field and pathlines in linear, bilinear and trilinear finite elements, *Water Resour. Res.*, v. 28, n° 11, pp. 2903-2911.
- DAGAN G., 1984. Solute transport in heterogeneous porous formation. *J. Fluid Mech.*, 145, 151-177.
- FREEZE R. A., 1975. A stochastic-conceptual analysis of one dimensional groundwater flow in nonuniform homogeneous media. *Water Resources Res.*, 14 (6), 329-348.
- GELHAR L.W., AXNESS C.L., 1983. Three dimensional stochastic analysis of macrodispersion in aquifers. *Water Resources Res.*, 19 (1), 161-180.
- JOURNAL A.G., HUIJBREGTS C.J., 1978. Mining Geostatistics. Academic Press.
- KILLEY D.W., MOLTYANER G.L., 1988. Twin Lake tracer tests : setting, methodology and hydraulic conductivity distribution. *Water Resources Res.*, 24 (10), 1585-1612.
- KINZELBACH W., 1987. Numerische Methoden zur Modellierung des Transports von Schadstoffen im Grundwasser. Ed. R. Oldenbourg, Munich (D), 317 p.
- KOOL J.B., PARKER J.C., VAN GENUCHTEN M.Th., 1987. Parameter estimation for unsaturated flow and transport model. A review. *Journal of Hydrology*, vol. 91, pp. 255-293.
- MATHERON G., DE MARSILY G., 1980. Is transport in porous media always diffusive ? A counterexample. *Water Resources Res.*, 16 (5), 901-917.
- MOSÉ R., 1990. Application de la méthode des éléments finis mixtes hybrides et de la marche au hasard à la modélisation de l'écoulement et du transport de masse en milieu poreux. Thèse de l'Université Louis Pasteur de Strasbourg, Institut de Mécanique des Fluides, 153 p.
- SIEGEL P., 1992. Modélisation de l'hydrodynamique d'une nappe d'eau souterraine par la méthode des éléments finis mixtes hybrides. Mémoire de DEA « Mécanique et Ingénierie », Institut de Mécanique des Fluides de l'Université Louis Pasteur de Strasbourg, 54 p.
- SIEGEL P., MOSÉ R., ACKERER Ph., 1993. Application of the mixed hybrid finite element approximation in a groundwater flow model : implementation and comparisons studies. Proc. « Water Pollution Conf. II : Modelling, Measuring and Prediction », Computational Mechanics Pub., Ed. L.C. Wrobel, C.A. Brebbia, 21-23/6/1993, Milan (I), pp. 57-64.