

Occurrence des sécheresses dans le bassin de la Medjerda (Tunisie)

Drought occurrence
in the Medjerda basin

Z. KEBAILI BARGAOUI (1)

RÉSUMÉ

La probabilité d'occurrence des sécheresses dans le bassin de la Medjerda (Tunisie) est calculée en se basant sur les totaux pluviométriques annuels de 35 postes sur une période de quarante ans. Les moments statistiques des volumes de déficits face à une demande en eau fixée sont estimés par la méthode des séries. Une fonction de répartition marginale des volumes de déficits est proposée, ainsi que des fonctions de répartition conditionnelles pour des durées sèches de un à six ans. Plusieurs lois de probabilité couramment utilisées en hydrologie sont étudiées. Des applications de ce modèle sont présentées.

Mots clés : *sécheresse, méthode de séries, pluviométrie.*

SUMMARY

The probability of occurrence of drought in the Medjerda basin (Tunisia) is estimated using the stochastic process based on the measurement of total annual rainfalls taken in 35 stations over a period of 40 years.

Marginal and conditional distributions of shortage volumes are analytically proposed at each location. Mean, standard deviation and skewness coefficients of shortage volumes are used for setting up a Person type III model. Then, similarly to I-D-F

(1) Ecole Nationale d'ingénieurs de Tunis, B.P. 37, 1002 Tunis, Tunisie.

curves, drought duration curves are plotted within a given threshold. A general formulation of statistics of shortage volume population is given. It is expressed in terms of the position, the location and the scale parameters of the rainfall generator process, for a given threshold value. As an application, some useful distributions in hydrology are examined (Normal, Galton, Gamma, Weibull) and expected drought volumes are estimated.

Model verification is performed using three stations of the basin for which the observed sample was extended to a period of 58 years. Comparison between observed and calculated statistics of shortage shows a good agreement. Expected shortage volumes are mapped using the average rainfall at each station as a threshold. A second threshold was based on an agricultural water demand. The corresponding water supply expected was mapped.

Key-words : *drought, run, rainfall.*

INTRODUCTION

Les sécheresses observées depuis le début du siècle dans le bassin de la Medjerda (Tunisie) sont nombreuses et de sévérité inégale. De vocation agricole, cette région est vulnérable aux manques d'eau et aux irrégularités de la pluviométrie. Les années 1937-38, 1947-48, 1960-61 ont eu, de part leurs très faibles pluviométries, des conséquences économiques très graves. Leurs répercussions sociales ont été évoquées par les historiens (NOUREDINE, 1979).

Si on ne peut pas, jusqu'à nos jours, prévoir de tels phénomènes, il nous reste la consolation d'étudier leur probabilité d'occurrence. Toutefois, ce n'est pas une action vaine car elle aide à mieux utiliser une ressource en eau parfois précaire. A titre d'exemple, elle permet d'évaluer les volumes moyens de déficits en liaison avec un risque de défaillance, ce qui représente un aspect essentiel dans la gestion des ouvrages de stockage.

Penser les déficits en termes de probabilité est une alternative qui aboutit à une approche statistique des sécheresses. Les auteurs qui ont traité cet aspect ont utilisé soit un calcul analytique, soit des simulations de séries synthétiques pour estimer les caractéristiques statistiques des sécheresses (ASKEW *et al.*, 1971 ; GUPTA et DUCKSTEIN, 1975 ; JACKSON, 1975). Nous nous plaçons ici dans la première de ces deux approches qui semble plus satisfaisante pour l'esprit et plus riche en enseignements.

Les déficits générés par des processus pluviométriques stationnaires indépendants obéissant à différentes lois de répartition couramment utilisées en hydrologie sont comparés. Une distribution Pearson III est proposée pour modéliser les volumes marginaux et conditionnels des déficits. Le modèle, validé en trois stations pluviométriques, est étendu à l'ensemble du réseau de mesures.

1 - MODÈLE MATHÉMATIQUE DES SÉCHERESSES

Il est basé sur la méthode des séquences (YEVJEVITCH, 1967). Soit X un processus stochastique stationnaire. Il s'agit ici des totaux pluviométriques annuels en une station. Soit X_0 la valeur de X qui a la fréquence q .

$$P(X \leq X_0) = q \quad (1)$$

Ce seuil X_0 divise la série en deux types d'événements : les surplus ($X > X_0$) et les déficits ($X \leq X_0$). Une séquence sèche est définie par une succession de déficits délimitée de part et d'autre par un surplus (fig. 1). Soit $X'(i)$ le volume du déficit au cours de l'année i .

$$X'(i) = X_0 - X(i) \mid X(i) \leq X_0 \quad (2)$$

Si X_0 est une demande en eau annuelle, la variable $S(n)$ représente le volume cumulé de déficit durant n années sèches successives.

$$S(n) = \sum_{i=1}^n X'(i) \quad (3)$$

Les deux variables durées et volumes cumulés sont choisies ici pour décrire le processus des sécheresses. D'autres choix auraient été possibles tel que celui de considérer la durée et la sévérité de la sécheresse en question (DRACUP *et al.*, 1980). Sachant que l'année k est sèche, la probabilité que cet état prenne fin l'année $(k + n)$ est :

$$P(D=n) = P(X(k+1) \leq X_0, \dots, X(k+n-1) \leq X_0, X(k+n) > X_0 \mid X(k) \leq X_0) \quad (4)$$

L'indépendance de X entraîne l'expression suivante pour la probabilité d'une période sèche de durée n :

$$P(D=n) = (1-q)q^{n-1} \quad (5)$$

Les durées des déficits sont indépendantes et identiquement distribuées (ILLAMAS et SIDDIQUI, 1969). Elles vérifient :

$$P(D \leq n) = 1 - q^n \quad (6)$$

$$E(D) = 1/(1-q) \quad (7)$$

$$\text{Var}(D) = q/(1-q)^2 \quad (8)$$

$$CS(D) = (1+q)/\sqrt{q} \quad (9)$$

où $E(D)$, $\text{Var}(D)$, $CS(D)$ sont respectivement l'espérance mathématique, la variance et le coefficient d'asymétrie des durées sèches.

Pour le calcul des moments de déficits, le recours à la fonction caractéristique des déficits avait été envisagé (DOWNER et SIDDIQUI, 1967). Une approche utilisant la densité de probabilité du couple

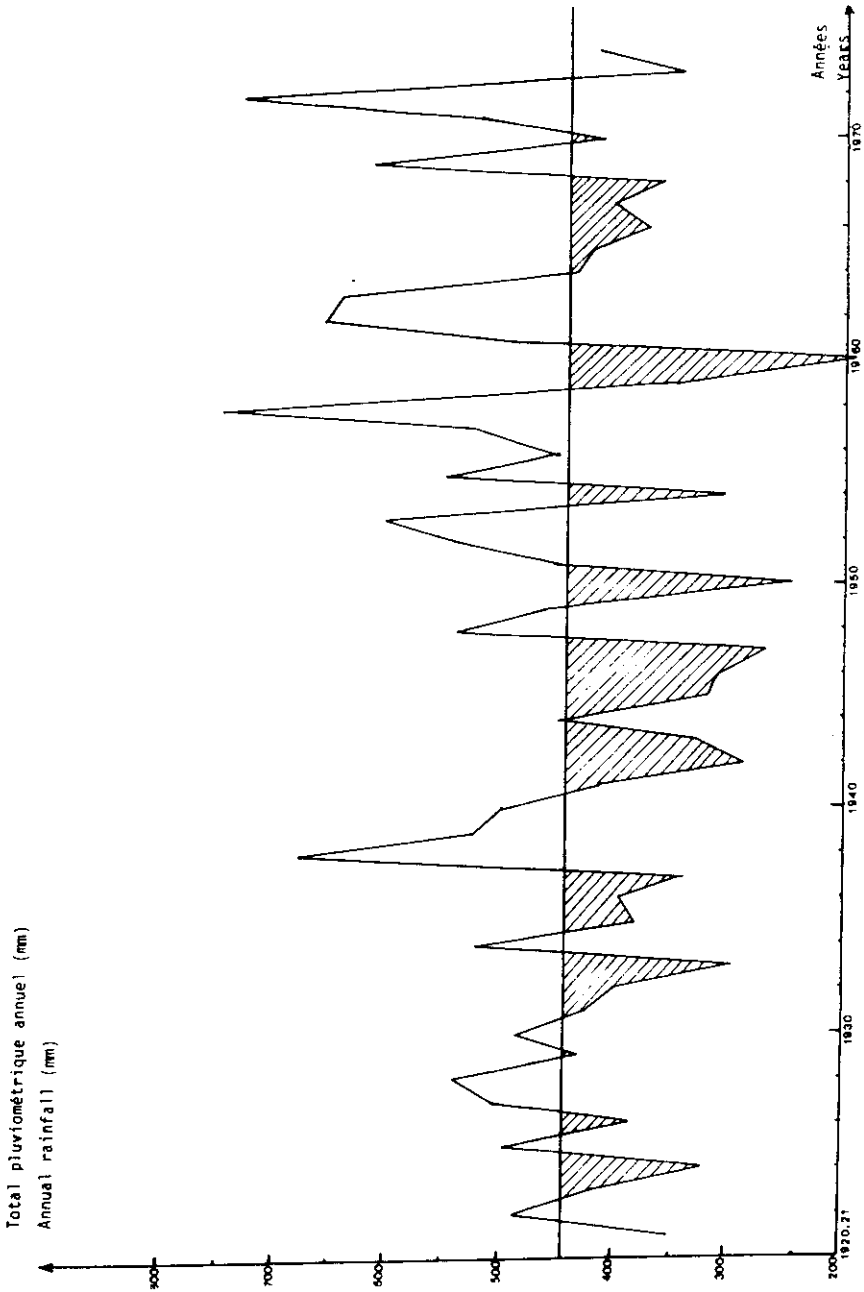


Figure 1.- Périodes de déficits observées à la station Jendouba.
 Figure 1.- Observed shortage periods at Jendouba Station.

volume-durée d'un déficit a également été proposée. Cette approche, due à SEN (1977), sera adoptée dans cet article. Soit $p(s|n)$ la densité de probabilité conditionnelle des volumes de déficits, il vient :

$$E(S^X | n) = \int_0^{\infty} s^X p(s|n) ds \quad (10)$$

$$E(S^X) = \sum_{n=0}^{\infty} E(S^X | n) P(D=n) \quad (11)$$

Les expressions de la moyenne $E(S)$ et de la variance $\text{Var}(S)$ des volumes de déficits ont été calculées par SEN (1977) :

$$E(S) = E(D) E(X') \quad (12)$$

$$\text{Var}(S) = \text{Var}(X') E(D) + E^2(X') \text{Var}(D) \quad (13)$$

Suivant la même procédure, nous avons nous-mêmes calculé l'expression du moment d'ordre 3 :

$$E(S^3) = E(D^3) E^3(X') + 3E(D^2) E(X') \text{Var}(X') + E(D) [E(X'^3) - 3E(X'^2) + 2E^3(X')] \quad (14)$$

Le coefficient de corrélation entre durées et volumes des déficits a été exprimé par (SEN, 1977) :

$$R(S,D) = E(X') \sqrt{\text{Var}(D)/\text{Var}(S)} \quad (15)$$

L'expression de leur fonction de répartition (FR) permet de décrire complètement le processus des volumes de déficits. Un calcul analytique pour un processus X gaussien et une sécheresse de deux années a été présenté (CHANDER *et al.*, 1981). Des FR telles que la loi normale (SEN, 1985), la loi GALTON (YEVJEVITCH, 1972) ou GAMMA (LLAMAS et SIDDIQUI, 1969) ont été proposées. Ces différentes lois ne font intervenir que deux degrés de liberté. Elles sont à deux paramètres. Avec l'expression (14) nous disposons maintenant d'une troisième équation. Une loi à trois paramètres peut alors être ajustée : une loi Pearson III sera choisie ici.

Pour une valeur fixée de q , les paramètres de la loi Pearson III sont estimés par la méthode des moments, ces derniers étant calculés par (12), (13), (14). On sait que les paramètres de la loi sont obtenus dans ce cas par la résolution du système (16) :

$$\begin{cases} E(S) = m + d/f \\ \text{Var}(S) = d/f^2 \\ \text{CS}(S) = 2/\sqrt{d} \end{cases} \quad (16)$$

où $m, 1/f, d$ sont les paramètres de position, d'échelle et de forme de la loi. Les quantiles calculés sont accompagnés de leur intervalle de

confiance (BOBÉE, 1973) que nous avons déterminé suivant ROBITAILLE (1976).

La répartition conditionnelle des volumes de déficits s'obtient après développement de (10). Les moments conditionnels du premier et du second ordre ont été calculés par SEN (1977) :

$$E(S|n) = n E(X') \quad (17)$$

$$E(S^2|n) = n \text{Var}(X') + n^2 E^2(X') + 2(n-1) \text{Var}(X') \quad (18)$$

Pour calculer le moment conditionnel d'ordre trois nous avons suivi une procédure similaire :

$$E(S^3|n) = nE(X'^3) + 3n(n-1) E(X'^2) + n(n-1)(n-2) E^3(X') \quad (19)$$

Disposant désormais, pour une durée donnée, des trois premiers moments des volumes de déficits, nous pouvons leur ajuster une FR à trois paramètres. Elle sera également de type Pearson III.

2 - ÉTUDE DE PROCESSUS PARTICULIERS

Dans la littérature consultée, ce sont les processus normaux qui ont retenu l'attention. Cependant SEN (1977) a traité un processus qui suit la loi de Galton alors que CHANDER *et al.*, (1981) ont étudié des processus dissymétriques en les transformant en processus normaux par la transformation de Box et Cox.

Dans un souci de généralisation, le processus X va être contraint à suivre les FR suivantes : Normale, Galton, Weibull, Pearson III. Dans ce paragraphe les moments statistiques de la variable tronquée X telle que $X \leq X_0$ sont calculés. Il s'ensuit les moments des volumes de déficits pour q donné.

a/ Loi normale centrée réduite

$$E(X^m | X \leq X_0) = 1/q \int_{-\infty}^{X_0} x^m / \sqrt{2\pi} \exp(-x^2/2) dx \quad (20)$$

$$E(X | X \leq X_0) = 1/q \sqrt{2\pi} \exp(-X_0^2/2) \quad (21)$$

$$E(X^2 | X \leq X_0) = 1 + X_0 \exp(-X_0^2/2) / q / \sqrt{2\pi} \quad (22)$$

$$E(X^3 | X \leq X_0) = \exp(-X_0^2/2) q / \sqrt{2\pi} (X_0^2 + 2) \quad (23)$$

Dans le cas d'une loi Normale de paramètres m et f il suffit de se ramener au cas précédant en posant $t = (X_0 - m)/f$.

b/ Loi Galton

$$f(x) = 1/f/d/\sqrt{2\pi}/u \exp(-1/2(\log(u/d))^2) \quad (24)$$

$$u = (x-m)/f \quad (25)$$

$$E(x^r | x \leq x_0) = 1/q/f/d/\sqrt{2\pi} \int_m^{x_0} x^r/u \exp(-1/2(\log u/d)^2) dx \quad (26)$$

Avec $t = \log u/d$, il vient :

$$E(x^r | x \leq x_0) = 1/q/\sqrt{2\pi} \int_{-\infty}^{t_0} [m+f \exp(dt)]^r \exp(-t^2/2) dt \quad (27)$$

d'où :

$$E(x | x \leq x_0) = m + (f/q) \exp(d^2/2) \int_{-\infty}^{t_0-d} 1/\sqrt{2\pi} \exp(-u^2/2) du \quad (28)$$

L'intégrale est la fréquence selon la loi Normale centrée réduite de la valeur (t_0-d) .

c/ Loi Pearson III

$$f(x) = 1/\Gamma(x) (1/f)^d \exp(-(x-m)/f) (x-m)^{d-1} \quad (29)$$

$$E(x^r | x \leq x_0) = 1/q \int_m^{x_0} x^r f(x) dx \quad (30)$$

En posant $t = (x-m)/f$

il vient :

$$E(x^r | x \leq x_0) = 1/(q.f.\Gamma(d)) \int_0^{t_0} (m+tf)^r \exp(-t) t^{d-1} dt \quad (31)$$

$$E(x | x \leq x_0) = m + f/q \Gamma(d+1) / \Gamma(d) \int_0^{t_0} \exp(-t) t^d / \Gamma(d+1) dt \quad (32)$$

L'intégrale est égale à la probabilité au non dépassement de la valeur t_0 pour la loi Gamma de paramètre d'échelle égal à l'unité et de forme égal à $d+1$. Les moments d'ordre supérieur sont calculés de la même façon.

d/ Loi exponentielle généralisée

$$f(x) = 1/(fd) \exp(-(x-m)/f)^{1/d} ((x-m)/f)^{1/(d-1)} \quad (33)$$

$$E(x^r | x \leq x_0) = 1/q \int_m^{x_0} x^r f(x) dx \quad (34)$$

Avec $t = ((x-m)/f)^{1/d}$ il vient :

$$E(X^r | X \leq X_0) = 1/q \int_0^{t_0} (m+ft^d)^r t^{1-d} \exp(-t) t^{d-1} dt \quad (35)$$

alors :

$$E(X | X \leq X_0) = m+f/q \Gamma(d+1) \int_0^{t_0} t^d \exp(-t)/\Gamma(d+1) dt \quad (36)$$

L'intégrale est égale à la probabilité au non dépassement de la valeur t_0 pour la loi Gamma de paramètre d'échelle égal à l'unité et de forme égal à $d+1$. Le calcul des moments d'ordre supérieur suit le même principe.

Pour ces différentes lois examinées, nous constatons que les moments de la variable tronquées $X | X \leq X_0$ s'expriment comme suit :

$$E(X | X \leq X_0) = m + f B_1(d, q) \quad (37)$$

$$E(X^2 | X \leq X_0) = m^2 + 2mfB_1(d, q) + f^2 B_2(d, q) \quad (38)$$

$$E(X^3 | X \leq X_0) = m^3 + 3m^2 f B_1(d, q) + 3mf^2 B_2(d, q) + f^3 B_3(d, q) \quad (39)$$

avec :

$$B_i(d, q) = A_i(d) F_i(d, q)/q \quad i = 1, 3 \quad (40)$$

$A_i(d)$ est une seule fonction du paramètre de forme et $F_i(d, q)$ une fréquence reportées pour chaque loi en fonction d'une variable réduite t_0 dans le tableau 1.

La comparaison des moments de volumes de déficits a fait ressortir des tendances communes aux différentes lois étudiées. Pour un type de fonction de répartition, si les paramètres de position et de forme sont fixés, $E(S)$ varie linéairement en fonction du paramètre d'échelle de la loi. L'ordonnée à l'origine et les pentes des droites sont alors fonction de q . Si les paramètres de forme et d'échelle sont fixés alors $E(S)$ varie linéairement en fonction du paramètre de position. Si les paramètres de position et d'échelle sont fixés $E(S)$ s'exprime sous la forme suivante :

$$E(S) = C(q) + B_1(d, q) D(q) \quad (41)$$

où $C(q)$ et $D(q)$ sont des fonctions de q .

A q fixé, le coefficient d'asymétrie des volumes de déficits est pratiquement constant pour tous les cas étudiés. Il décroît avec l'augmentation de q tout en restant aux environs de deux lorsque q tend vers 1. De telles valeurs ne permettent pas à notre avis de modéliser les volumes de déficits par une loi Normale comme l'avait par exemple suggéré SEN (1985). Le coefficient de corrélation durées-volumes croît avec q . En particulier dès que q dépasse 0.5, il est supérieur à 0.8. L'hypothèse d'indépendance entre durées et volumes n'est pas admissible au-delà de ce seuil. La figure 2 montre qu'en définitive, il est possible de se ramener à des relations quasi-univoques $R(q)$ et $CS(q)$ du coefficient de corrélation durées-volumes et du coefficient d'asymétrie des volumes

Tableau 1.- $Ai(d)$ et $Fi(d,q)$ pour quelques lois de distribution.

Table 1.- $Ai(d)$ and $Fi(d,q)$ for some distributions.

Loi	Variable to	$Fi(d,q)$	$Ai(d)$
Galton	$\text{Log}((x_0-m)/f)/d$	$\int_{-\infty}^{to-id} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-u^2/2) du$	$\exp(i^2 d^2/2)$
Normale	$(X_0-m)/f$	1	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} (to^{(i-1)} + i-1) \exp(-to^2/2)$
Pearson III	$(X_0-m)/f$	$\int_0^{to} \exp(-t)t^{(i+d-1)} / \Gamma(i+d) dt$	$\Gamma(d+1) / \Gamma(d)$
Weibull	$((X_0-m)/f)^{(1/d)}$	$\int_0^{to} \exp(-t)t^{id} / \Gamma(id+1) dt$	$\Gamma(id+1)$

Tableau 2.- Statistiques des Stations.

Table 2.- Stations statistics.

Station	Période d'étude	\bar{X} mm	$\hat{\sigma}$ mm	\hat{C}_s	\hat{R}_1	\bar{D} années	\hat{s}_D^2 (années) ²	ND
Jendouba	1921-1961	460	110,7	0,303	- 0,002	1,8	0,7	12
Béjà	1921-1961	628	153,2	0,667	0,078	2,2	2,3	11
Kef	1921-1961	556	142,0	0,523	0,087	2,0	2,2	10

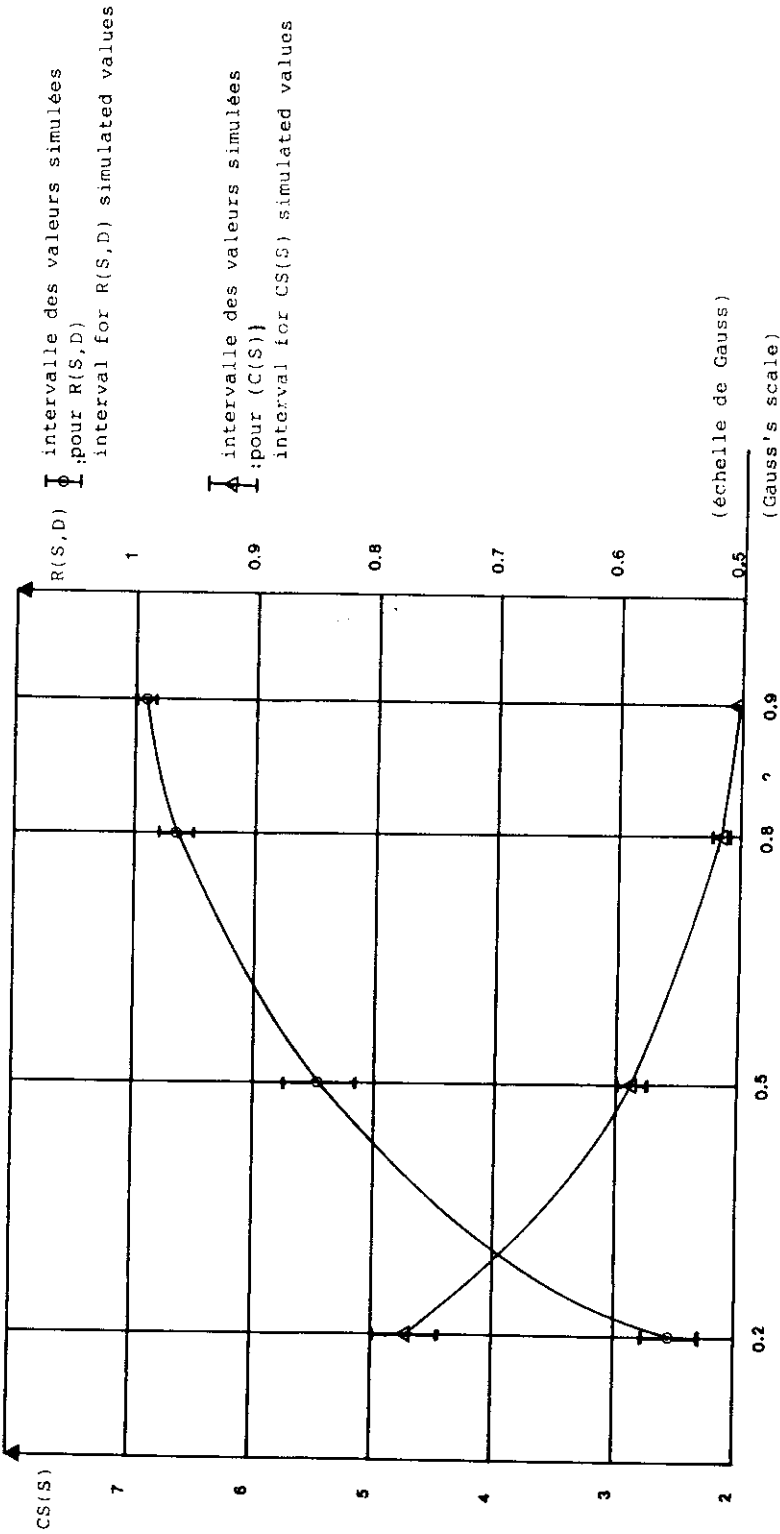


Figure 2.- CS(S) et R(S,D) en fonction de q.

Figure 2.- CS(S) and R(S,D) according to q.

en fonction du seuil de troncature de la série pluviométrique.

Cette étude de simulations nous permet, pour un seuil q fixé, étant donnée la loi de répartition de X , de trouver les moments de la variable tronquée (éq. 37 et 39), les moments des volumes de déficits (éq. 12 à 14). Le système (16) permet de définir leur fonction de répartition. Les équations 17 à 19 calculent les moments des volumes de déficits, leur durée étant fixée.

3 - VALIDATION DU MODÈLE

Nous avons choisi de tester ce modèle sur trois stations pluviométriques du bassin de la Medjerda. Les caractéristiques des stations Jendouba, Béja, Le Kef sont reportées dans le tableau 5.

L'absence de persistance dans les séries a été vérifiée en utilisant le coefficient de corrélation sériel R_1 . Celui-ci n'est pas significativement différent de zéro au seuil 5 % s'il se situe à l'intérieur de l'intervalle suivant (YEVJEVITCH, 1972) :

$$\left[\frac{(-1 - 1.645\sqrt{N-2})}{(N-1)}, \frac{(-1 + 1.645\sqrt{N-2})}{(N-1)} \right].$$

Soit pour $N = 40$: $[-0.29, +0.23]$.

Les valeurs estimées de R_1 permettent de conclure à l'indépendance des trois processus. La stationnarité d'un processus indépendant conduirait à :

$$E(D) = 2 \text{ ans et } \text{Var}(D) = 2 (\text{ans})^2 \text{ pour } q = 0.5$$

La faible taille des échantillons de déficits observés est une cause certaine de biais dans l'estimation de $E(D)$ et $\text{Var}(D)$. Au vu du tableau 2, il semble néanmoins possible d'admettre que la moyenne des durées de déficits n'est pas significativement différente de deux. En fonction de ce qui précède, nous avons retenu l'hypothèse d'un processus stationnaire indépendant pour les trois stations.

Pour modéliser les précipitations totales annuelles, une loi de Weibull a été choisie, sa FR étant :

$$F(x) = 1 - \exp(-(x-m)/f)^{1/d} \quad (42)$$

où m est le paramètre de position, f le paramètre d'échelle et d le paramètre de forme. Estimés par la méthode du maximum de vraisemblance, ils sont représentés dans le tableau 3.

Les moments calculés des volumes de déficits aux seuils $q = 0.5, 0.8, 0.9$ apparaissent dans le même tableau. Les paramètres des FR des volumes de déficits sont présentés dans le tableau 4 pour les mêmes valeurs de q .

Tableau 3.- Moments des volumes de déficits et paramètres de la loi Weibull.
 Table 3.- Shortage moments and Weibull Functions parameters.

q	Station	X ₀ mm	E(S) mm	σ(S) mm	C _s (S)	R(S,D)	m	f	d
0.5	Jendouba	445.1	145.6	121.3	2.86	0.849	261.9	223	0.5367
	Béjà	616.6	224.3	190.5	2.82	0.832	199.8	387.1	0.4177
	Kef	547.8	213.4	182.4	2.81	0.827	214.3	384.2	0.3862
0.8	Jendouba	550.0	661.5	612.6	2.10	0.966			
	Béjà	756.6	929.1	865.0	2.10	0.961			
	Kef	616.8	719.5	667.9	2.10	0.964			
0.9	Jendouba	610.8	1 755.4	1 686.3	2.02	0.988			
	Béjà	832.8	2 375.7	2 287.2	2.02	0.985			
	Kef	579.4	1 873.5	1 801.7	2.02	0.987			

Tableau 4.- Paramètres de la loi Pearson III de répartition des volumes de déficits.
 Table 4.- Parameters of the probability distributions of shortages.

Station	q = 0.5			q = 0.8			q = 0.9		
	f	d	m (mm)	f	d	m (mm)	f	d	m (mm)
Jendouba	0.005	0.512	60.9	0.001	0.907	78.8	0.0006	0.977	88.6
Béjà	0.004	0.502	89.2	0.001	0.906	105.8	0.0004	0.977	114.8
Kef	0.004	0.506	83.6	0.001	0.906	96.9	0.0005	0.977	104.7

La période d'observation a été étendue jusqu'à 1978 date à laquelle il n'y a pas de lacunes sur l'ensemble des trois postes. Le tableau 5 donne le nombre total ND de périodes de déficits observées et leurs durées. La moyenne et l'écart type de ces durées, la valeur médiane des volumes de déficits et un quantile α de ces derniers figurent également dans ce tableau pour lequel le seuil q est égal à 0.5.

Tableau 5.- Déficiets observés entre 1921 et 1978.

XO est la médiane.

Table 5.- Observed shortages between 1921 and 1978.

XO is the sample median.

Station	Jendouba	Béja	Kef
Nombre de déficits selon leur durée :			
1 an	8	7	6
2 ans	3	3	4
3 ans	4	2	2
4 ans	0	2	1
5 ans	1	1	0
6 ans	0	0	1
ND	16	15	14
\bar{D} (ans)	1.9	2.1	2.1
$V(D)$ (ans) ²	1.6	2.0	2.3
\bar{S} (mm) obser.	138	200	218
\bar{S} (mm) théor.	99	181	218
Quantile S_α observé (mm)	283 $\alpha = 0.9$	421 $\alpha = 0.94$	500 $\alpha = 0.9$
Quantile S_α théor. (mm)	291	454	434

Comparativement aux résultats du tableau 3, ceux du tableau 5 présentent une erreur relative maximale de 10 % excepté pour le quantile 0.9 à la station du Kef (13 %). Néanmoins c'est sur cette base que le modèle a été retenu.

Des courbes volume-durée-fréquence des déficits ont été construites pour chaque station. Pour un seuil q fixé, la figure 3 présente les volumes médians de déficits de durées variant entre un et six ans à la station Jendouba. De telles courbes sont familières aux géographes et établies par eux à partir des séries historiques de déficits hydriques (HÉNIA, 1987). Elles sont utilisées pour certaines opérations sur les réservoirs (TACKEUCHI, 1986).

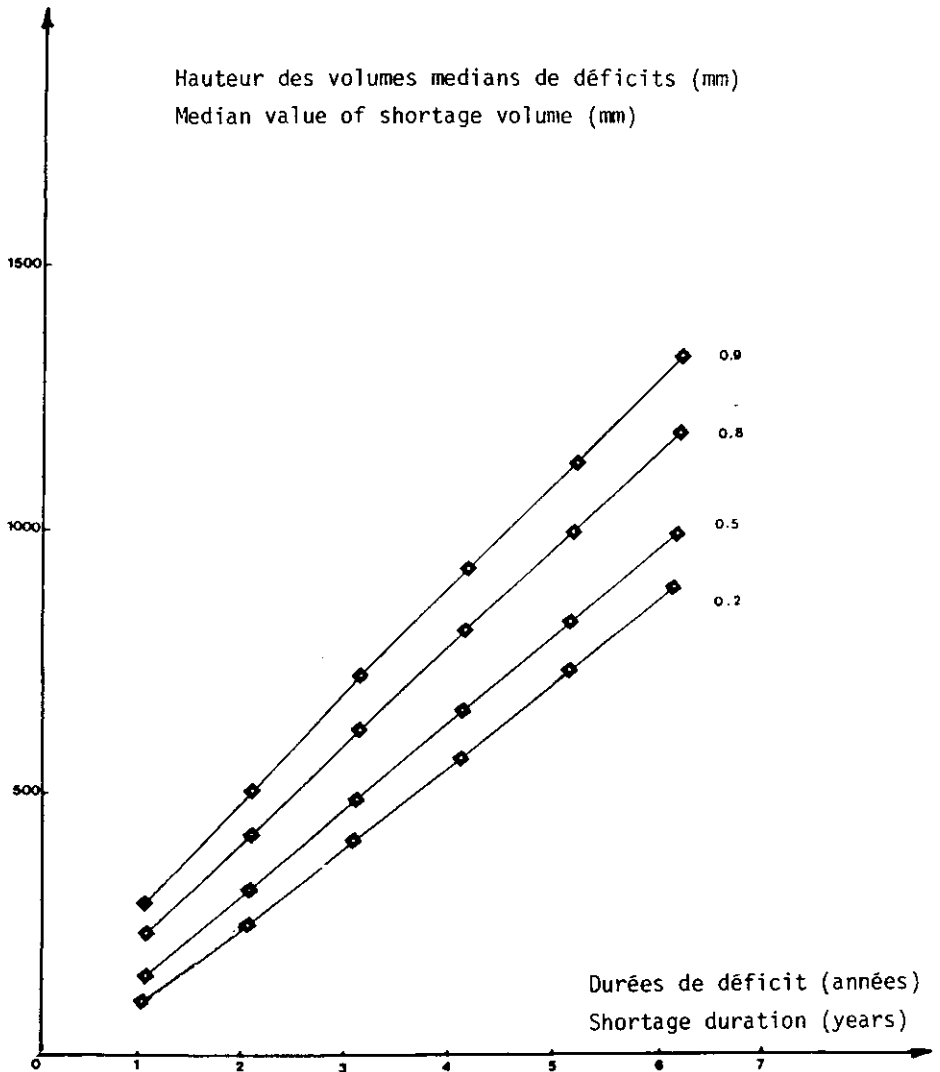


Figure 3.- Déficit médian en fonction de sa durée à Jendouba et du seuil de troncature q .

Figure 3.- Median shortage according to its duration at Jendouba station and to the truncation level q .

4 - EXTENSION À L'ENSEMBLE DU BASSIN

Dans ce paragraphe, le modèle est appliqué à 35 stations du bassin de la Medjerda observées et contrôlées pendant 40 ans (1921-1960). Les

données sont extraites de la Monographie de la Medjerda (ORSTOM, 1974).

Les coefficients d'autocorrélation sériels estimés ne sont pas, sauf exceptionnellement, significativement différents de zéro. Ces exceptions sont celles des stations Montar II (n° 33) et El Feija (n° 2). La première se situe à 4 km de la station Montar I (n° 32). Le seuil de troncature étant égal à la moyenne interannuelle, l'occurrence des séquences de surplus et de déficits a été comparée sur les deux stations. A part l'année 1937-38, ces séquences sont concomitantes dans les deux stations. Les stations voisines (n° 7, 34, 1, 21, 29) ont toutes enregistré un déficit pendant cette année là, du reste notoire par sa sécheresse sévère. La mesure à la station n° 32 semble donc entachée d'une erreur qui a échappé au contrôle par la méthode du double cumul.

La station Feija où la persistance ne serait pas non plus négligeable ($R_1 = 0.348$) a présenté neuf années sèches successives (1937-1946), ce qui est un record dans le bassin. En fait six années parmi elles ont été obtenues par corrélation avec les stations voisines ou par correction par double cumul (ORSTOM, 1974). Or l'altitude élevée de cette station rend délicate l'utilisation de ces deux procédés. En outre, pour des stations de moyennes annuelles comparables, la persistance semble généralement minimale (BRUNET-MORET et ROCHE, 1975). Certaines des valeurs reconstituées semblent devoir être remises en question. Dans ce qui suit, la station sera éliminée.

L'hypothèse d'indépendance et de stationnarité des autres stations semble acceptable et est appuyée par le fait que les durées moyennes des déficits observés en prenant pour seuil la médiane varient entre 1.5 et 2.4 années.

Une étude statistique des 35 séries a montré que la loi de Weibull pouvait servir de modèle probabiliste pour l'ensemble des stations (HANNACHI, 1986). Pour chaque station sont alors estimés les moments et les fonctions de répartition marginale et conditionnelle des volumes de déficits pour différentes valeurs de q .

Au seuil $q = 0.5$, la carte des volumes moyens de déficits est reportée à la figure 4. En fait, selon les besoins de l'étude, le seuil X_0 ou la valeur q peuvent être différents d'une station à l'autre.

Considérons le cas où X_0 est une demande en eau annuelle pour l'irrigation. Elle est évaluée à environ 560 mm pour le blé dur (El AMAMI, 1985). Face à cette demande, les volumes moyens de déficits se répartissent comme l'indique la figure 5. Les quantités d'eau à fournir varient ainsi de 100 à 200 mm sur la région étudiée. Si X_0 représente la quantité d'eau moyenne à soutirer d'un ouvrage de stockage, le modèle (étendu au cas où la série des entrées X est stationnaire et dépendante), permettrait de procéder à des reports interannuels en avenir incertain.

Une sécheresse particulièrement sévère secoue la Tunisie en cette année agricole 1987-1988 (KALLEL, 1988). Dans l'hypothèse que l'année totalisera au mieux 200 mm à Jendouba, 280 mm à Béja et 180 mm au Kef, la sécheresse actuelle, si elle se limite à une seule année, est centennale. C'est en effet ce qui ressort dans l'ensemble des FR des volumes de déficits de durée un an (fig. 6).

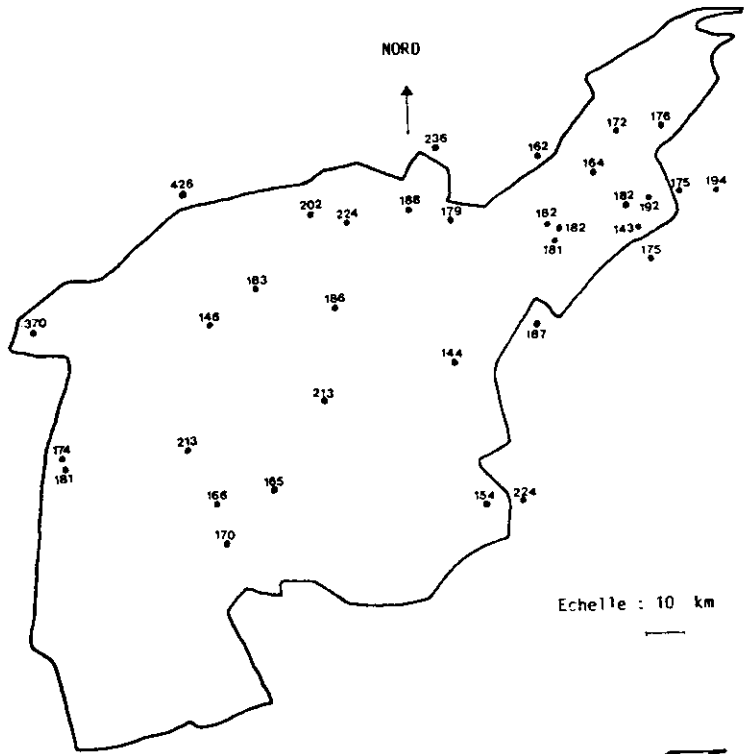


Figure 4.-
Volums moyens
de déficit (mm)
pour $q = 0.5$.

Figure 4.-
Mean shortage
volumes (mm)
for $q = 0.5$.

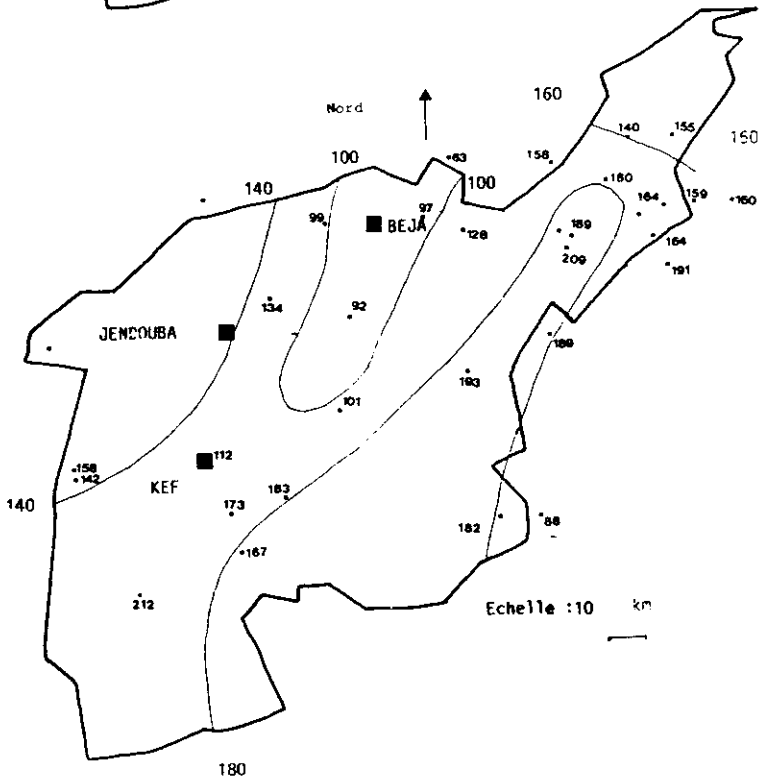


Figure 5.-
Moyenne des
volumes de
déficits (mm).

Figure 5.-
Mean shortage
volumes (mm).
 $XO = 560$ mm.

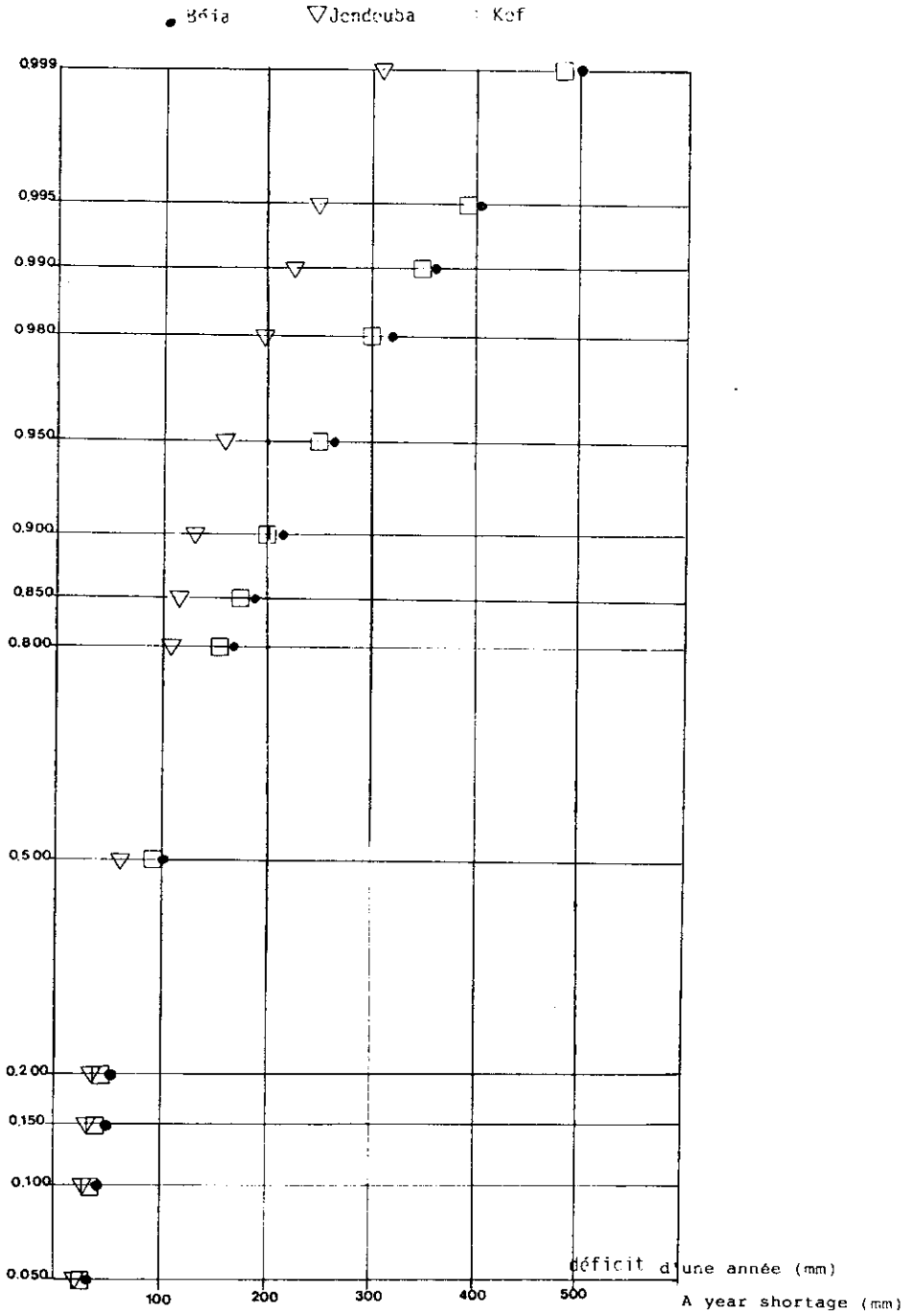


Figure 6.- FR des volumes pour une année sèche.
 Figure 6.- Shortage distribution function of one year drought.

5 - CONCLUSIONS

La répartition des durées et des volumes des périodes de sécheresse dépend de la nature du processus étudié et du seuil de troncature choisi. Toutefois, pour un éventail de FR couramment utilisées en hydrologie, lorsque les processus sont stationnaires et indépendants, volumes et durées de ces événements sont dissymétriques et corrélés. La modélisation des volumes marginaux et conditionnels des déficits a utilisé un calcul analytique de leurs moments statistiques et une FR arbitrairement choisie parmi les lois statistiques dissymétriques. Elle a permis en particulier la construction de courbes volume-durée-fréquence des déficits et l'évaluation des volumes de déficits face à une demande en eau telle que l'irrigation. Quantifier en termes de probabilités l'amplitude de certaines sécheresses observées est aussi l'une des applications de ce modèle.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ASKEW A.J., YEH W.W.G., HALL W.A. (1971). A comparative study of critical drought simulation. *W.R.R.*, 7: 52-62.
- BOBEE B. (1973). Sample error of T years events computed by fitting a Pearson III distribution. *W.R.R.*, 9: 1264-1270.
- BRUNET-MORET Y., ROCHE M. (1975). Persistence dans les suites chronologiques des précipitations annuelles. *Cah. ORSTOM, Sér. Hydrol.*, XII: 147-165.
- CHANDER S., KAMBO N.S., SPOLIA N.K., KUMAR A. (1981). Analysis of surplus and deficits using runs. *J. Hydrol.*, 49: 193-208.
- DRACUP J.A., KIL SEONG LEE, EDWING G.P. Jr. (1980). On the statistical characteristics of drought events. *W.R.R.*, 16: 289-296.
- DOWNER R.N., SIDDIQUI M.M. (1967). Application of runs to hydrologic droughts. *Proc. of Intern hydrol symp. Fort Collins.*
- EL AMAMI S., BOUZAIDI A., BOUAZIZ E. (1985). L'irrigation de complément du blé, synthèse d'une décennie d'essais. *Cah. du Centre du Génie Rural*, 17, Tunis, 10 p..
- GUPTA V.K., DUCKSTEIN L. (1975). A stochastic analysis of extreme drought. *W.R.R.*, 11: 221-228.
- HANNACHI A. (1986). Analyse de la structure spatiale de la pluviométrie sur le bassin de la Medjerda. Diplôme de fin d'études, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis, 82 p..
- HENIA L. (1987). *Climat et bilans de l'eau en Tunisie. Essai de régionalisation climatique par les bilans hydriques*. Thèse de doctorat d'état, Univ. Tunis, 602 p..
- JACKSON B.B. (1975). Markov mixture models for droughts lengths, *W.R.R.*, 11: 64-74.
- KALLEL M.R. (1988). Recurrence statistique du déficit pluviométrique observé durant la première moitié de l'année agricole 1987-1988. Direction Générale des ressources en eau, Tunis, 13 p..
- LLAMAS J., SIDDIQUI M.M. (1969). Runs of precipitation series, hydrol pap n° 33, Univ. Colorado, Fort Collins.
- NOUREDINE A. (1979). *Evolution économique, mutations sociales et luttes politiques en Tunisie dans les années trente*. Thèse de doctorat 3ème cycle, Univ. Paris VII, 323 p..
- ORSTOM (1974). Monographie de la Medjerda, Direction des ressources en eaux, Tunis, 426 p..
- ROBITAILLE R. (1976). Ajustement des distributions Pearson III, Gamma, Log Pearson III, Log Gamma. Méthodes d'estimation des paramètres et programmes de calcul, Rapport interne, INRS Eau, Quebec, 45 p..
- SEN Z. (1977). Run-sums of annual flow series. *J. Hydrol.*, 35: 311-324.
- SEN Z. (1985). Autorun model for synthetic flow generation. *J. Hydrol.*, 81: 157-170.

TACKEUCHI K. (1986). Chance-Constrained model for real time reservoir operation using drought duration curve. *W.R.R.*, 22: 551-558.

YEVJEVITCH V. (1972). *Stochastic processes in hydrology*. W.R. pub. Fort Collins, 276 p..

YEVJEVITCH V. (1967). An objective approach to definitions and investigations of continental hydrologic droughts. *Hydrol. pap n° 23, Univ. of Colorado, Fort Collins.*